参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为平均数.

【应试指导】 平均数为$\frac{10+16+20+30}{4}=19$.

2.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 $A\cap B=\{2,3\}$.

3.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为向量的减法.

【应试指导】 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(4-(-1),8-1)=(5,7)$.

4.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】 A项,$y'=-\frac{1}{5^x}\ln 5$;B项,$y'=\frac{1}{2\sqrt{x+5}}$;C项,$y'=2(x-5)$;D项,$y'=-\frac{1}{(x+1)\ln 5}$.在$(0,+\infty)$上,只有B项的导数恒大于0,因此只有B项在$(0,+\infty)$上单调递增.

5.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线的渐近线.

【应试指导】 此双曲线的焦点在y轴上,$a=2$,$b=1$,其渐近线方程为$y=\pm\frac{a}{b}x=\pm 2x$.

6.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数的单调性.

【应试指导】 因为$f(x)=\ln x$为增函数,所以$\ln x>\ln y>0=\ln 1\Rightarrow x>y>1$.

7.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的对称轴方程.

【应试指导】 对称轴方程为$x=-\frac{b}{2a}=-2$.

8.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的焦点公式.

【应试指导】 抛物线$y^2=12x=2px$,得$p=6$,所以焦点坐标为$\left(\frac{p}{2},0\right)=(3,0)$.

9.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为绝对值不等式.

【应试指导】 $|x-1|<7\Rightarrow -7<x-1<7\Rightarrow -6<x<8$,所以不等式的解集为$\{x|-6<x<8\}$.

10.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为求函数的最值.

【应试指导】 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=1-2xy\leqslant 1(x\geqslant 0,y\geqslant 0\Rightarrow 2xy\geqslant 0)$,故 x^2+y^2 的最大值为 1.

11.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为反比例函数和对数函数的图像.

【应试指导】 由反比例函数和对数函数的图像可知,两个函数仅在第一象限有一个交点.

12.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等比数列的性质.

【应试指导】 $a_3>a_1\Rightarrow a_1q^2>a_1$,而 $q\neq 0$,故 $a_1q^2\cdot q^2>a_1\cdot q^2$,即 $a_5>a_3$.

二、填空题

13.【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数值.

【应试指导】 $\sin 60^\circ=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

14.【答案】 17

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等差数列.

【应试指导】 $a_4=a_1+3d$,即 $8=-1+3d$,得 $d=3$,所以 $a_7=a_1+6d=17$.

15.【答案】 $\frac{2}{3}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为古典概型及其概率计算公式.

【应试指导】 甲被选中的概率为$\frac{C_1^1\cdot C_2^1}{C_3^2}=\frac{2}{3}$.

三、解答题

16.(Ⅰ)因为三角形三边长分别是 $a=4,b=5,c=6$,可得 $a<b<c$.

因此,三角形三个角满足 $A<B<C$,C 为最大角.

又 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{16+25-36}{2\times 4\times 5}=\frac{1}{8}$,

得 $\cos C>0$,而 $C\in(0,\pi)$,故 C 为锐角,

从而 A,B 均为锐角,

所以 $\triangle ABC$ 是锐角三角形.

(Ⅱ)由(Ⅰ)知 $\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\sqrt{1-\left(\frac{1}{8}\right)^2}=\frac{3\sqrt{7}}{8}$,

则由面积公式,$\triangle ABC$ 的面积

$$S=\frac{1}{2}ab\sin C$$

$$=\frac{1}{2}\times 4\times 5\times\frac{3\sqrt{7}}{8}$$

$$=\frac{15\sqrt{7}}{4}.$$

17.(Ⅰ)由题意知，$a=2,b=\sqrt{2},c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{2}$，

故离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(Ⅱ)设点 A 的坐标为(x_0,y_0)，则直线 $|AB|=\sqrt{(x_0-t)^2+(y_0-2)^2}=2\sqrt{2}$，①

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOB$ 中，$|AB|^2=|OA|^2+|OB|^2=x_0^2+y_0^2+t^2+2^2=8$，②

点 A 在椭圆上，得$\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{2}=1$，③

联立 ①②③，可解得 $t=0,x_0=\pm 2,y_0=0$.

18.(Ⅰ)$f'(x)=6x,g'(x)=3x^2+b$，

由题意知，$f(1)=g(1),f'(1)=g'(1)$，

故 $3+a=1+b$，且 $6=3+b$，

解得 $b=3,a=1$.

(Ⅱ)$\because a=1,b=-9$，

$\therefore f(x)=3x^2+1,g(x)=x^3-9x$，

$\therefore h(x)=f(x)+g(x)=x^3+3x^2-9x+1$，

则 $h'(x)=3x^2+6x-9=3(x+3)(x-1)$.

令 $h'(x)=0$，得驻点 $x_1=-3,x_2=1$.

而 $h(-5)=-4,h(-3)=28,h(1)=-4,h(2)=3$，

故 $h(x)$ 在$[-5,2]$上的最大值为 28，最小值为 -4.