

参考答案及解析

一、选择题

1. 【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为平均数.

【应试指导】 平均数为 $\frac{10+16+20+30}{4} = 19$.

2. 【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 $A \cap B = \{2, 3\}$.

3. 【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为向量的减法.

【应试指导】 $a - b = (4 - (-1), 8 - 1) = (5, 7)$.

4. 【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】 A项, $y' = -\frac{1}{5^x} \ln 5$; B项, $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+5}}$; C项, $y' = 2(x-5)$; D项, $y' = -\frac{1}{(x+1)\ln 5}$. 在 $(0, +\infty)$

上, 只有 B 项的导数恒大于 0, 因此只有 B 项在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

5. 【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线的渐近线.

【应试指导】 此双曲线的焦点在 y 轴上, $a = 2, b = 1$, 其渐近线方程为 $y = \pm \frac{a}{b}x = \pm 2x$.

6. 【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数的单调性.

【应试指导】 因为 $f(x) = \ln x$ 为增函数, 所以 $\ln x > \ln y > 0 = \ln 1 \Rightarrow x > y > 1$.

7. 【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的对称轴方程.

【应试指导】 对称轴方程为 $x = -\frac{b}{2a} = -2$.

8. 【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的焦点公式.

【应试指导】 抛物线 $y^2 = 12x = 2px$, 得 $p = 6$, 所以焦点坐标为 $(\frac{p}{2}, 0) = (3, 0)$.

9. 【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为绝对值不等式.

【应试指导】 $|x-1| < 7 \Rightarrow -7 < x-1 < 7 \Rightarrow -6 < x < 8$, 所以不等式的解集为 $\{x | -6 < x < 8\}$.

10.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为求函数的最值.

【应试指导】 $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 1 - 2xy \leq 1 (x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow 2xy \geq 0)$, 故 $x^2 + y^2$ 的最大值为 1.

11.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为反比例函数和对数函数的图像.

【应试指导】 由反比例函数和对数函数的图像可知, 两个函数仅在第一象限有一个交点.

12.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等比数列的性质.

【应试指导】 $a_3 > a_1 \Rightarrow a_1 q^2 > a_1$, 而 $q \neq 0$, 故 $a_1 q^2 \cdot q^2 > a_1 \cdot q^2$, 即 $a_5 > a_3$.

二、填空题

13.【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数值.

【应试指导】 $\sin 60^\circ = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

14.【答案】 17

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等差数列.

【应试指导】 $a_4 = a_1 + 3d$, 即 $8 = -1 + 3d$, 得 $d = 3$, 所以 $a_7 = a_1 + 6d = 17$.

15.【答案】 $\frac{2}{3}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为古典概型及其概率计算公式.

【应试指导】 甲被选中的概率为 $\frac{C_1^1 \cdot C_2^1}{C_3^2} = \frac{2}{3}$.

三、解答题

16. (I) 因为三角形三边长分别是 $a = 4, b = 5, c = 6$, 可得 $a < b < c$.

因此, 三角形三个角满足 $A < B < C$, C 为最大角.

$$\text{又 } \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{16 + 25 - 36}{2 \times 4 \times 5} = \frac{1}{8},$$

得 $\cos C > 0$, 而 $C \in (0, \pi)$, 故 C 为锐角,

从而 A, B 均为锐角,

所以 $\triangle ABC$ 是锐角三角形.

$$(II) \text{ 由 (I) 知 } \sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{8}\right)^2} = \frac{3\sqrt{7}}{8},$$

则由面积公式, $\triangle ABC$ 的面积

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

$$= \frac{15\sqrt{7}}{4}.$$

17. (I) 由题意知, $a = 2, b = \sqrt{2}, c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{2}$,

$$\text{故离心率 } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

(II) 设点 A 的坐标为 (x_0, y_0) , 则直线 $|AB| = \sqrt{(x_0 - t)^2 + (y_0 - 2)^2} = 2\sqrt{2}$, ①

$$\text{在 Rt}\triangle AOB \text{ 中, } |AB|^2 = |OA|^2 + |OB|^2 = x_0^2 + y_0^2 + t^2 + 2^2 = 8, \text{ ②}$$

$$\text{点 } A \text{ 在椭圆上, 得 } \frac{x_0^2}{4} + \frac{y_0^2}{2} = 1, \text{ ③}$$

联立 ①②③, 可解得 $t = 0, x_0 = \pm 2, y_0 = 0$.

18. (I) $f'(x) = 6x, g'(x) = 3x^2 + b$,

$$\text{由题意知, } f(1) = g(1), f'(1) = g'(1),$$

$$\text{故 } 3 + a = 1 + b, \text{ 且 } 6 = 3 + b,$$

$$\text{解得 } b = 3, a = 1.$$

(II) $\because a = 1, b = -9$,

$$\therefore f(x) = 3x^2 + 1, g(x) = x^3 - 9x,$$

$$\therefore h(x) = f(x) + g(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1,$$

$$\text{则 } h'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x + 3)(x - 1).$$

$$\text{令 } h'(x) = 0, \text{ 得驻点 } x_1 = -3, x_2 = 1.$$

$$\text{而 } h(-5) = -4, h(-3) = 28, h(1) = -4, h(2) = 3,$$

故 $h(x)$ 在 $[-5, 2]$ 上的最大值为 28, 最小值为 -4.